Wahrscheinlichkeitsrechnung

„So lange bis" - Aufgaben
Themenheft

Ergänzung
Mehrstufige Ereignisse und Baumdiagramme

Ein Beispiel mit Einsatz des CAS-Rechners TI Nspire

Verwendung geometrischer Reihen

Datei Nr. 31111

Stand 22. Januar 2019

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

https://mathe-cd.de

Vorwort

Der Text 31102 hat mehrstufige Experimente zum Inhalt. Dazu gehört auch das „So-lange-bis-Experiment“. Dabei wird ein Experiment solange wiederholt, bis ein bestimmtes Ergebnis eingetreten ist. So lange es sich um drei oder vier Wiederholungen (Stufen) handelt, kann man die Wahrscheinlichkeit leicht mit dem Taschenrechner bestimmen. Das wird im Abschnitt 4.3 des genannten Textes gezeigt.
Aber mit zunehmender Anzahl der Stufen lohnt es sich, das Hilfsmittel der **geometrischen Reihen** einzusetzen, und zwar die **Berechnung geometrischer Reihen**.

Der hier vorliegende Text enthält nochmals die Einführungsseiten von Text 31102 und zusätzlich die Anwendung geometrischer Reihen.

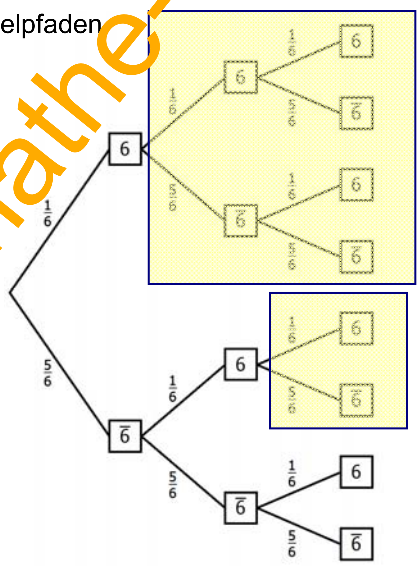
So lange bis - Aufgaben

Beispiel 1: Wir spielen „Mensch ärgere dich nicht“

Beim Spiel „Mensch-Ärgere-Dich-Nicht“ benötigt man eine 6, damit man eine neue Spielfigur aufs Feld bringen darf. Steht keine eigene Figur auf dem Feld, darf man so lange würfeln, bis man eine 6 erhält, höchstens aber dreimal.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält man dabei eine Sechs?

Dreimal würfeln entspricht dreimaligem Ziehen mit Zurücklegen, denn die Wahrscheinlichkeit für 6 oder nicht Sechs bleibt bei jedem Wurf dieselbe. Für unseren Baum benötigen wir nicht alle möglichen Ergebnisse. Uns interessiert nur das Ereignis 6 und dessen Gegenereignis $\overline{6}$ (nicht 6) .
Hier das vollständige Baumdiagramm für dreimal würfeln mit Sammelpfaden.



Die obersten 4 Pfade beginnen alle mit der Zahl 6.
Was dann kommt ist egal. Man muss dann nicht mehr weiterrechnen (weiterspielen) und kann den Baum dort abbrechen.

Ich zeige weiter unten den Interessierten, dass

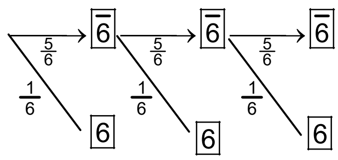
Die Summe der Wahrscheinlichkeiten dieser 4 Pfade genau $\frac{1}{6}$ ist, also wie wenn man nach der ersten 6 abbricht.

Das gilt natürlich auch dann, wenn die 6 erst mit dem 2. Wurf kommt. Dann bricht man ab.

Man würfelt also SO LANGE, BIS man eine 6 erzielt hat,
höchstens aber drei Mal.

Das nun folgende superkurze Baumdiagramm hat den untersten Pfad ganz oben, und die anderen wurden nach der gewürfelten 6 abgebrochen!

Das ist der sogenannte „Abbruchbaum“:



Optimaler geht es nicht mehr.

Es folgt:

$$P(G) = \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{36} + \frac{25}{216} = \frac{36+30+25}{216} = \frac{91}{216} \approx 0{,}4213$$